**第三讲定积分与微积分基本定理**

id:2147491125;FounderCES

题组定积分与微积分基本定理

1*.*[2014湖南,9,5分][理]已知函数*f*(*x*)*=*sin(*x-φ*),且*f*(*x*)d*x=*0,则函数*f*(*x*)的图象的一条对称轴是()

A*.x=* B*.x=* C*.x=* D*.x=*

2*.*[2014湖北,6,5分][理]若函数*f*(*x*),*g*(*x*)满足*f*(*x*)*g*(*x*)d*x=*0,则称*f*(*x*),*g*(*x*)为区间[*-*1,1]上的一组正交函数*.*给出三组函数:*①* *f*(*x*)*=*sin*x*,*g*(*x*)*=*cos*x*;*②* *f*(*x*)*=x+*1,*g*(*x*)*=x-*1;*③* *f*(*x*)*=x*,*g*(*x*)*=x*2*.*

其中为区间[*-*1,1]上的正交函数的组数是()

A*.*0 B*.*1 C*.*2 D*.*3

3*.*[2015天津,11,5分][理]曲线*y=x*2与直线*y=x*所围成的封闭图形的面积为*.*

4*.*[2015湖南,11,5分][理](*x-*1)d*x=　　　.*

5*.*[2015陕西,16,5分][理]如图3*-*3*-*1,一横截面为等腰梯形的水渠,因泥沙沉积,导致水渠截面边界呈抛物线型(图中虚线所示),则原始的最大流量与当前最大流量的比值为*.*

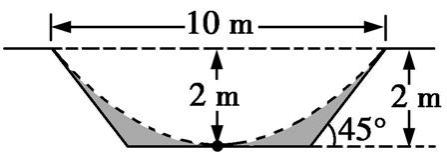


图3*-*3*-*1

id:2147491146;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2017贵州省贵阳市高三监测考试,5]求曲线*y=x*2*+*2与直线*y=x+*2所围成的封闭图形的面积,其中正确的是()

A.*S=*(*x*2*-x*)d*x* B.*S=*(*x-x*2)d*x* C.*S=*(*y*2*-y*)d*y* D.*S=*(*y-*)d*y*

2*.*[2017重庆市七校高三联考,8]已知*a=*,*b=*(,*c=*sin *x*d*x*,则实数*a*,*b*,*c*的大小关系是()

A*.a>c>b* B*.b>a>c* C*.a>b>c* D*.c>b>a*

3*.*[2018成都市高三摸底测试,13](*-*2sin *x*)d*x=　　　　.*

4*.*[2018郑州一中高三入学测试,13]设函数*f*(*x*)*=ax*2*+b*(*a*≠0),若*f*(*x*)d*x=*3*f*(*x*0),*x*0*>*0,则*x*0*=　　　　.*

5*.*[2017长春市高三质量监测(二),13](*x+*)d*x=　　　　.*

**B组提升题**

6*.*[2017湘中名校联考,6]设*f*(*x*)*=*则*f*(*x*)d*x*的值为()

A.+ B.+3 C.+ D.+3

7*.*[2018辽宁省五校高三上学期联考,15]如图3*-*3*-*2,点*A*的坐标为(1,0),函数*y=ax*2过点*C*(2,4),若在矩形*ABCD*内随机取一点,则此点取自阴影部分的概率等于*.*

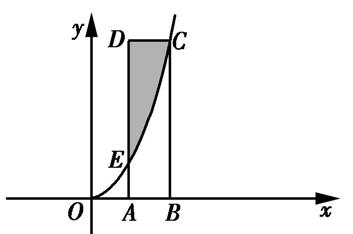


图3*-*3*-*2

8*.*[2017太原市三模,14](*+*sin *x*)d*x=　　　　.*

9*.*[2017衡阳八中月考,14]由曲线*y=*cos 2*x*与直线*x=*,*x=*,*y=*0所围成的平面图形(图3*-*3*-*3中的阴影部分)的面积为*.*

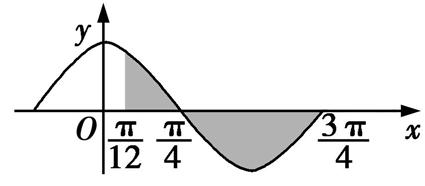


图3*-*3*-*3

10*.*[2016甘肃实战考试,15]若*f*(*x*)*+f*(*x*)d*x=x*,则*f*(*x*)d*x=　　　　　　.*

**答案**

id:2147497197;FounderCES

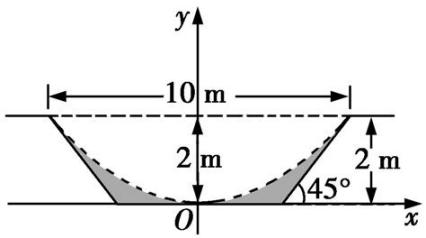
1*.*A由定积分sin(*x-φ*)d*x=-*cos(*x-φ*)*=*cos *φ-*sin *φ+*cos *φ=*0,得tan *φ=*,所以*φ=+k*π(*k*∈Z),所以*f*(*x*)*=*sin(*x--k*π)(*k*∈Z),由正弦函数的性质知*y=*sin(*x--k*π)与*y=*sin(*x-*)的图象的对称轴相同,令*x-=k*π*+*,则*x=k*π*+*(*k*∈Z),所以函数*f*(*x*)的图象的对称轴为*x=k*π*+*π(*k*∈Z),当*k=*0,得*x=*,故选A*.*

2*.*C对于*①*,sin*x*cos*x*d*x=*sin *x*d*x=*0,所以*①*是一组正交函数;对于*②*,(*x+*1)(*x-*1)d*x=*(*x*2*-*1)d*x*≠0,所以*②*不是一组正交函数;对于*③*,*x*·*x*2d*x=x*3d*x=*0,所以*③*是一组正交函数*.*故选C*.*

3*.*由题意可得封闭图形的面积为(*x-x*2)d*x=*(*x*2*-x*3)*=-=.*

4*.*0(*x-*1)d*x=*(*x*2*-x*)*=×*4*-*2*=*0*.*

5*.*1*.*2建立如图D 3*-*3*-*1所示的直角坐标系,



图D 3*-*3*-*1

可设抛物线的方程为*x*2*=*2*py*(*p>*0),由图易知(5,2)在抛物线上,可得*p=*,抛物线方程为*x*2*=y*,所以当前最大流量对应的截面面积为2∫5(2*-x*2)d*x=*,原始的最大流量对应的截面面积为*=*16,所以原始的最大流量与当前最大流量的比值为*=*1*.*2*.*

id:2147497211;FounderCES

**A组基础题**

1*.*B依题意,在同一坐标系下画出曲线*y=x*2*+*2与直线*y=x+*2的图象(图略),注意到它们的交点坐标分别为(0,2)与(1,3),结合图形及定积分的几何意义可知,相应图形的面积可用定积分表示为(*x-x*2)d*x*,故选B*.*

2*.*C因为*a==*(*=*(,*b=*(*==*(*=*(,所以*a>b*,排除B,D;*c=*sin *x*d*x=-*cos *x**=-*(cos π*-*cos 0)*==*(,所以*b>c*,所以*a>b>c*,选C*.*

3*.-*2由定积分的概念及微积分基本定理,得(*-*2sin *x*)d*x=*2cos *x**=-*2*.*

4*.*依题意得*f*(*x*)d*x=*(*ax*2*+b*)d*x=x*3*+bx**=*3(*a+b*),即3*a=*9*a*(*a*≠0),*=*3(*x*0*>*0),由此解得*x*0*=.*

5*.*(*x+*)d*x=*(*=+*1*-=.*

**B组提升题**

6*.*A*f*(*x*)d*x=*d*x+*(*x*2*-*1)d*x=*π*×*12*+=+*,故选A*.*

7*.*因为函数*y=ax*2过点*C*(2,4),所以*a=*1,即*y=x*2,又*A*(1,0),所以*S*矩形*ABCD=*4,阴影部分的面积*S*1*=*4*-x*2d*x=*,所以在矩形*ABCD*内随机取一点,此点取自阴影部分的概率*P==.*

8*.*(*+*sin *x*)d*x=*d*x+*sin *x*d*x==.*

9*.*由定积分的几何意义知曲边形的面积*S=*cos 2*x* d*x-*cos 2*x* d*x=-=.*

10*.　f*(*x*)d*x*是一个常数,设为*c*,则有*f*(*x*)*=x-c*,∴*x-c+*(*x-c*)d*x=x*,解得*c=.*